

## 钛合金室温受压蠕变损伤本构模型

郭育豪<sup>1</sup>, 刘刚<sup>1,2</sup>, 宋育泽<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学 船舶工程学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学 工业装备结构分析优化与 CAE 软件全国重点实验室, 辽宁 大连 116024)

**摘要:**为了解决工程上在评估深潜器耐压壳体安全可靠时不考虑拉压蠕变破坏机理产生的差异,会导致较大计算误差问题,本文提出了适用于室温蠕变的蠕变损伤本构模型。通过分析钛合金材料蠕变特性,考虑了室温环境下位错堆积造成的蠕变阻力,并且位错堆积的现象与时间有关。基于微分自洽法提出了适用于室温环境下的钛合金蠕变本构模型,得到受压情况下 TC4ELI 的相关材料参数,并将该模型用 USDFLD 和 CREEP 子程序进行定义。研究表明:对于受压结构而言,使用通过拉伸蠕变实验得到的本构模型的计算结果会过于保守,对于含 V 型缺口平板受压时等效蠕变应变的相对误差为 168.20%。本文所提出的模型适用于环肋耐压壳结构的蠕变损伤分析。

**关键词:**钛合金; 室温蠕变; 蠕变损伤; 本构模型; 拉压不同; 连续损伤力学; 有限元法; 耐压壳

**DOI:** 10.11990/jheu.202111047

**网络出版地址:** <https://link.cnki.net/kcms/detail/23.1390.U.20240227.1054.002>

**中图分类号:** O346.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7043(2024)04-0642-09

## Creep damage constitutive model of titanium alloys under compression at room temperature

GUO Yuhao<sup>1</sup>, LIU Gang<sup>1,2</sup>, SONG Yuze<sup>1</sup>

(1. School of Naval Architecture, Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. State Key Laboratory of Structural Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** In creep damage mechanisms, differences in compression and tension are often ignored when evaluating the safety and reliability of submersible pressure shells. This oversight may lead to large errors. The creep properties of titanium alloy materials are analyzed, and the creep resistance caused by dislocation accumulation at room temperature is considered. In addition, dislocation accumulation is time dependent. A creep constitutive model of titanium alloy applicable to a room temperature environment is proposed on the basis of the differential self-adjoint method. Thereby, the material parameters of titanium alloy under compression conditions are obtained, and the model is defined using USDFLD and CREEP subroutine. The results show that for the compression structure, using the constitutive model obtained through the tensile creep experiment leads to a conservative outcome. The relative error of the equivalent creep strain is 168.20% for a plate with V-notch. The proposed model is applicable to the creep damage analysis of ring-ribbed pressure shell structures.

**Keywords:** titanium alloy; room temperature creep; creep damage; constitutive model; difference in tension and compression; continuous damage mechanics; finite element method; pressure shell

钛合金具有密度低、比强度高、耐腐蚀、低磁性

以及高透声系数等特性<sup>[1]</sup>,被广泛用作深潜器耐压壳的主要材料。目前国内外作业型载人深潜器的工作作业时间主要集中在 4~12 h,下潜深度为 4 500~7 000 m<sup>[2]</sup>。随着深海科学研究和深海资源开发等领域的发展,对耐压壳的作业时间和下潜深度的要

收稿日期: 2021-11-27.

网络出版日期: 2024-02-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51879038).

作者简介: 郭育豪,男,博士研究生;

刘刚,男,教授,博士生导师.

通信作者: 刘刚, E-mail: liugang@dlut.edu.cn.

求不断提高。早在20世纪70年代,Odegard等<sup>[3-4]</sup>发现TC4材料在室温下的存在明显的蠕变现象。钛合金耐压壳在深海高压环境下发生不可逆的蠕变变形,尤其是开口、过渡等结构局部几何不连续区域。因此,研究钛合金室温高压环境下的蠕变行为很有必要。

连续损伤力学(continuous damage mechanics, CDM)是一种基于连续介质假设来研究材料在外部载荷作用下逐渐劣化直至失效的方法,通过在本构方程中引入损伤变量来度量材料的劣化程度,基于实验或者微观力学建立损伤演化方程演示累积<sup>[5]</sup>。自从Kachanov<sup>[7-8]</sup>引入“连续度”的概念描述蠕变损伤对材料的劣化影响<sup>[6]</sup>,CDM已经成为研究蠕变破坏的主流方法之一。

深潜器在服役期间受到超高静水压力作用,绝大多数区域的应力处于受压状态,目前已有的高温情况下蠕变损伤评估方法主要针对拉伸载荷,并且所采用的模型根据单轴拉伸蠕变实验得到。而实际上大部分材料拉伸和压缩所表现出来的蠕变行为不一致<sup>[9]</sup>。因此,对于耐压壳这类绝大部分区域处于压缩应力状态的结构,拉伸蠕变本构模型的计算结果过于保守。另外,目前已有的蠕变损伤本构模型主要针对高温情况,还没有基于连续损伤力学理论提出相应的室温蠕变损伤本构模型。为了准确地计算深海结构的蠕变损伤响应,有必要建立适用于受压情况下的室温蠕变损伤本构模型。

本文首先根据钛合金材料室温蠕变的特点,基于微分自洽法提出了钛合金材料室温蠕变损伤本构模型,并基于现有实验数据对压缩载荷作用下的参数进行拟合。通过V型缺口板数值模拟,并对环肋耐压壳进行了分析,验证本文所提出模型的工程适用性。

## 1 蠕变损伤本构模型

常温下蠕变应变主要是由于位错累积运动和微孔洞造成,微孔洞通常在晶界上产生<sup>[10]</sup>。本文基于以下假设推导与损伤耦合的蠕变本构方程<sup>[11]</sup>:

1) 加载方式为比例加载,在整个蠕变过程中主应力方向不变;

2) 微孔洞只会出现在法线与第1主应力方向相同的平面;

3) 与整体应力水平相比,孔洞面上的法向应力为一小量,即忽略微裂纹表面的拉应力;

4) 忽略微裂纹之间的相互影响;

5) 材料的蠕变行为服从Norton律。

根据蠕变势理论,蠕变应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ 可由应力势函数 $\Phi$ 对应力张量 $\sigma_{ij}$ 求导得到:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \partial\Phi / \partial\sigma_{ij} \quad (1)$$

在没有微裂纹的情况下,总应力势能为<sup>[11]</sup>:

$$\Phi_0 = \frac{\sigma_0 \dot{\epsilon}_0}{n+1} \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^{n+1} \quad (2)$$

式中: $\sigma_0$ 为参考应力,通常与屈服强度一个数量级; $\dot{\epsilon}_0$ 为参考最小蠕变应变率; $\sigma_{eq} = (3S_{ij}S_{ij}/2)^{1/2}$ 为等效应力; $S_{ij}$ 为应力偏量; $n$ 为材料参数。

在无限大的材料内存在一外法线 $x_2$ ,与远场的第1主应力 $\sigma_1$ 方向相同,且 $d$ 为币状微裂纹直径,如图1所示。

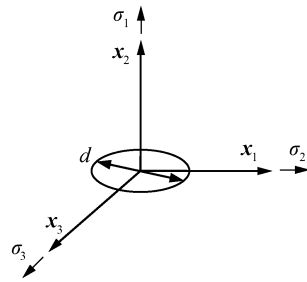


图1 币状裂纹模型

Fig. 1 Penny-shaped crack model

单个微裂纹对整体应力势能的贡献为<sup>[11]</sup>:

$$\Phi_1 = 4\sigma_0 \dot{\epsilon}_0 \left( \frac{d}{2} \right)^3 \left( 1 + \frac{3}{n} \right)^{-1/2} \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^{n+1} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right)^2 \quad (3)$$

忽略微裂纹直接的相互影响作用, $N$ 个间距较大的币状微裂纹材料的总体势函数为:

$$\Phi = \Phi_0 + N\Phi_1 \quad (4)$$

外力作用下,蠕变首先出现在最容易发生滑移的晶粒处,之后载荷会重分配到附近稳定性较差的晶粒。晶粒的滑移有限,因此蠕变应变率逐渐降低。TC4钛合金 $\alpha+\beta$ 双相钛合金,在不同相的边界上存在诸如内部屏障、内势垒等的蠕变阻力,在室温环境下没有足够的能量突破阻力<sup>[12-14]</sup>,在宏观上表现为蠕变应变率不断减小甚至接近0,这种现象在压缩载荷下更加明显。考虑到这种位错堆积的现象与时间有关,在室温下势函数为:

$$\Phi = \Phi_0 + f(t)N\Phi_1 \quad (5)$$

式中 $f(t) = \alpha t$ 为与时间相关的函数。同时蠕变第1阶段的位错堆积程度小,因此可以认为其对室温蠕变的影响主要在第2阶段。若假设稳态阶段蠕变应变与时间成线性关系,考虑位错堆积对蠕变应变的影响也主要体现在稳态蠕变阶段:

$$f(t) = \alpha t \quad (6)$$

式中 $\alpha$ 为引入的材料参数,与应力有关,势函数 $\Phi$ 为:

$$\Phi = \frac{\sigma_0 \dot{\epsilon}_0}{n+1} \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^{n+1} \left\{ 1 + \rho \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right)^2 \alpha t \right\} \quad (7)$$

式中 $\rho$ 为微裂纹密度,可以表示为:

$$\rho = \frac{(n+1)d^3N}{2\sqrt{1+3/n}} \quad (8)$$

将式(7)代入式(1),蠕变应变率张量为:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3A\sigma_{eq}^{n-1}}{2} \left\{ S_{ij} + \frac{\rho\alpha t}{n+1} \left[ (n-1)S_{ij} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right)^2 + \frac{4\sigma_1 m_{ij}}{3} \right] \right\} \quad (9)$$

式中:  $A = \dot{\epsilon}_0/\sigma_0^n$ ,  $m_{ij}$  当且仅当  $i, j$  同时取 1 时等于 1, 否则为 0。

单轴应力状态下式(9)退化为<sup>[15]</sup>:

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_s^c + \rho \dot{\epsilon}_s^c \alpha t \quad (10)$$

式中  $\dot{\epsilon}_s^c = A\sigma_{eq}^n$ 。

对微裂纹密度  $\rho$  微分可得:

$$\delta \dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_s^c \alpha t \delta \rho \quad (11)$$

对于微裂纹密度及蠕变应变率控制的含损伤材料,如果微裂纹密度增加  $\delta \rho$ , 蠕变应变率必定增加  $\delta \dot{\epsilon}^c$ , 使用  $\dot{\epsilon}^c$  代替  $\dot{\epsilon}_s^c$  可得:

$$\delta \dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}^c \alpha t \delta \rho \quad (12)$$

式(12)描述了蠕变应变率的行为,结合边界条件  $\dot{\epsilon}^c|_{\rho=0} = \dot{\epsilon}_s^c$ , 求解该一阶线性常微分方程可得:

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_s^c e^{\rho \alpha t} \quad (13)$$

将其推广到三维形式:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} A \sigma_{eq}^{n-1} S_{ij} e^{\rho \alpha t} \quad (14)$$

考虑蠕变第 1 阶段<sup>[7]</sup>, 采用时间硬化模型,则式(14)变为:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} A \sigma_{eq}^{n-1} S_{ij} e^{\rho \alpha t} t^m \quad (15)$$

包含币状微裂纹的圆柱形晶胞模型如图 2 所示,晶胞直径和高度为  $D$ 。

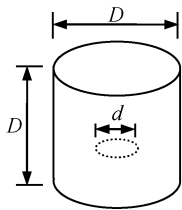


图 2 含币状微裂纹晶胞模型示意

Fig. 2 Cell model with coin-like microcracks

使用微裂纹面积与晶胞截面积的比值表示损伤:

$$\omega = \frac{\pi(d/2)^2}{\pi(D/2)^2} = \frac{d^2}{D^2} \quad (16)$$

单位体积内微裂纹的数量为:

$$N = \frac{1}{D\pi(D/2)^2} = \frac{4}{\pi D^3} \quad (17)$$

则微裂纹密度可以用损伤表示为:

$$\rho = \frac{2(n+1)}{\pi\sqrt{1+3/n}} \omega^{3/2} \quad (18)$$

将式(18)代入式(15)中,最终得到与损伤耦合的蠕变本构方程:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} A \sigma_{eq}^{n-1} S_{ij} \exp \left[ \frac{\alpha t}{\pi\sqrt{1+3/n}} \omega^{3/2} \right] t^m \quad (19)$$

从式(19)可以看出,当  $\alpha < 0$  时,蠕变应变率随着时间推移逐渐衰减至 0。

当损伤为零时,式(19)退化为:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} A \sigma_{eq}^{n-1} S_{ij} t^m \quad (20)$$

退化结果与经典的时间硬化模型一致。

损伤演化方程是蠕变损伤模型中另一个重要的组成部分,其中常用于数值计算的是基于应变的损伤演化方程。

该模型是基于延性耗竭理论提出的,该理论将产生蠕变损伤处的微元等效为一系列单轴试样,当局部微元累积的蠕变应变达到阈值后完全损伤<sup>[16]</sup>。损伤累积模型为:

$$\dot{\omega} = \dot{\epsilon}_{eq}^c / \epsilon_f^* \quad (21)$$

式中:  $\epsilon_f^*$  为多轴蠕变断裂应变;  $\dot{\epsilon}_{eq}^c$  为等效蠕变应变率。

使用多轴蠕变延性因子  $E_{MCDF}$  建立单轴蠕变断裂应变和多轴蠕变断裂应变之间的关系。目前已经提出了多种多轴蠕变延性因子模型,但具体哪一种最优尚无定论。目前主流的模型为<sup>[7,17-20]</sup>:

$$E_{MCDF} = \frac{\epsilon_f^*}{\epsilon_f} = \exp \left( 0.5 - 1.5 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right) \quad (22)$$

$$E_{MCDF} = \frac{\sinh \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{n-0.5}{n+0.5} \right) \right]}{\sinh \left[ 2 \left( \frac{n-0.5}{n+0.5} \right) \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]} \quad (23)$$

$$E_{MCDF} = \exp \left[ 0.15 \left( 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right) + 1.25 \left( 0.5 - 1.5 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right) \right] \quad (24)$$

$$E_{MCDF} = 2^{(1-3\sigma_m/\sigma_{eq})} \quad (25)$$

$$E_{MCDF} = \frac{\exp \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{n-0.5}{n+0.5} \right) \right]}{\exp \left[ 2 \left( \frac{n-0.5}{n+0.5} \right) \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]} \quad (26)$$

综合比较几个典型的多轴延性因子,式(26)模型更适合有限元计算,并且具有明确的物理意义,因此本文选择该模型作为多轴蠕变延性因子。

## 2 蠕变损伤本构模型参数拟合

王雷等<sup>[21]</sup>对室温环境下 TC4ELI 材料进行了压缩蠕变试验,使用其试验数据拟合本文所提出本构模型的参数。在材料蠕变的初始阶段,损伤很小,式

(19)可简化为式(20)时间硬化率模型。因此,  $A$ 、 $m$ 、 $n$  可以通过蠕变初始阶段的单轴试验数据拟合得到。为便于拟合,对式(20)进行积分,同时考虑初始蠕变应变为 0,将其化为蠕变应变的方程为:

$$\epsilon^c = \frac{A}{m+1} \sigma_{eq}^n t^{m+1} \quad (27)$$

基于 4 种应力水平 ( $0.8R_{pc0.2}$ ,  $0.85R_{pc0.2}$ ,  $0.9R_{pc0.2}$ ,  $1.1R_{pc0.2}$ ) 下的蠕变曲线初始段,全局拟合得到参数  $A$ 、 $m$ 、 $n$  的值,如图 3 所示。拟合得到  $A$  为  $1.2877 \times 10^{-13} \text{ MPa}^{-n} \text{ h}^{-m}$ ,  $m$  为  $-0.6323$ ,  $n$  为  $3.1625$ 。

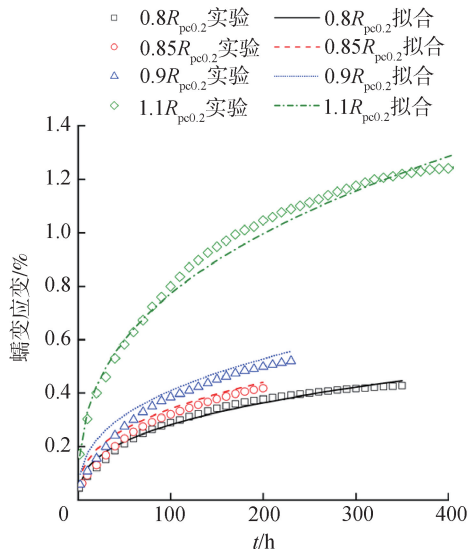


图 3 TC4ELI 钛合金蠕变第 1 阶段拟合曲线

Fig. 3 Fitted curves in primary creep for TC4ELI titanium alloy

通过基于有限元的逆向反法推初步确定对应应力下的  $\alpha$ ,结果如表 1 所示。

表 1  $\alpha$  的初步确定

Table 1 The preliminary determination of  $\alpha$

$\sigma/R_{pc0.2}$	$\alpha/h^{-1}$
1.1	-1.0
0.9	-3.9
0.85	-4.5
0.8	-5.0

绘制如图 4 所示的  $\alpha$ -应力散点图,经观察发现,  $\alpha$  与应力之间近似呈线性关系,可以表示为:

$$\alpha = \alpha_1 \frac{\sigma}{R_{pc0.2}} + \alpha_2 \quad (28)$$

式中  $R_{pc0.2}$  为规定非比例压缩强度,对于 TC4ELI 材料而言为 992.5 MPa。线性拟合得到  $\alpha_1$  为  $13.37 \text{ h}^{-1}$ ,  $\alpha_2$  为  $-15.78 \text{ h}^{-1}$ 。

根据上述确定的参数,拟合得到图 5 所示室温环境下 TC4ELI 的压缩蠕变曲线。相对误差情况如图 6 所示,可以发现,除去初始阶段因为蠕变应变较小而造成相对误差过大外,拟合结果与试验结果之

间的相对误差  $S$  范围为  $-10\% \leq S \leq 10\%$ ,说明本文所提出的蠕变损伤本构模型可以很好地描述室温环境下钛合金的压缩蠕变行为。

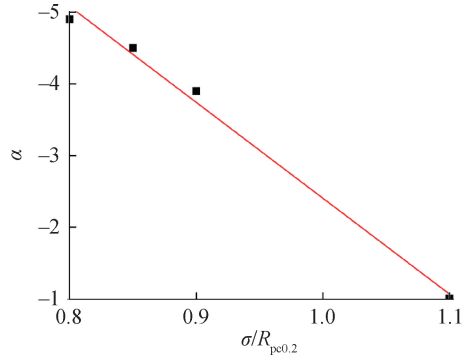


图 4  $\alpha$  与应力之间的关系

Fig. 4 The relationship between  $\alpha$  and stress

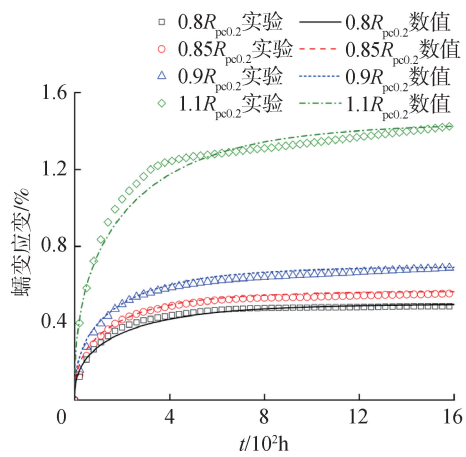


图 5 TC4ELI 钛合金蠕变曲线

Fig. 5 Creep curves of TC4ELI titanium alloy

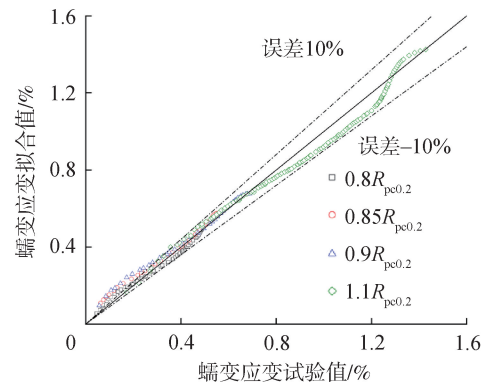


图 6 TC4ELI 蠕变应变误差分析

Fig. 6 TC4ELI creep strain error analysis

### 3 蠕变损伤数值模拟与讨论

本文基于蠕变损伤本构关系和蠕变损伤演化方程,建立了结构损伤演化速率和蠕变应变场之间对应关系,并通过有限元软件 ABAQUS 计算受压结构的损伤演化累积过程。由于材料损伤劣化引起单元刚度阵衰减等问题,具有较强的非线性。通过选择合适的结构刚度阵迭代方法和适度的步长,保证蠕

变过程在非线性有限元计算过程中的收敛性。使用 USDFLD 和 CREEP 子程序,将以上损伤本构关系与损伤演化方程编入计算模块,实现在蠕变载荷下结构各单元损伤累积过程,同时实现随着损伤演化,材料性能不断劣化的过程。

室温受压蠕变损伤本构模型如式 (19)、(21)、(26) 所示,相关参数如表 2 所示。

表 2 受压模型材料参数

弹性模 $E/\text{MPa}$	$1.21 \times 10^5$
泊松比 $\nu$	0.34
$A/(\text{MPa}^{-n} \text{h}^{-m})$	$1.2877 \times 10^{-13}$
$m$	-0.6323
$n$	3.1625
$\alpha/h^{-1}$	$13.3735\sigma_{\text{eq}}/R_{\text{PC0.2}} - 15.7783$
$\varepsilon_f/\%$	12.0

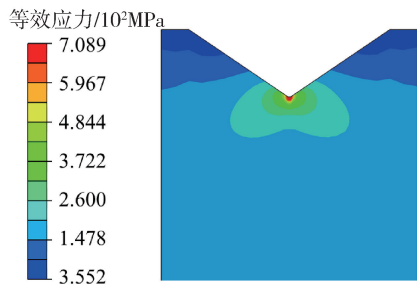
进行对比时所选取的室温受拉蠕变应变本构模型为<sup>[23]</sup>:

$$\varepsilon_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\alpha_1 \ln(\alpha_2 t + 1) + \alpha_3 t}{\sigma_{\text{eq}}} S_{ij} \quad (29)$$

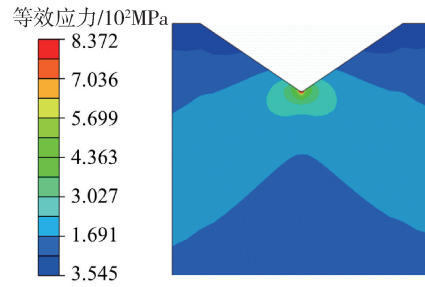
其中:

$$\alpha_i = A_i \sigma_{\text{eq}}^{n_i} \quad (30)$$

损伤演化模型仍然基于延性耗竭理论,多轴延性因子采用不需要额外参数的 Manjoine 模型<sup>[20]</sup>,如式(25)所示。



(a) 拉伸模型



(b) 压缩模型

图 8 加载 300 h 等效应力云图

Fig. 8 Equivalent creep strain contour plots at 300 h

表 3 拉伸、压缩模型数值结果对比

Table 3 Comparison of numerical results of tension and compression models

场变量	等效应力/ MPa	等效蠕变 应变/%	损伤
拉伸模型	738.505	0.870	$2.527 \times 10^{-2}$
压缩模型	837.188	0.324	$1.664 \times 10^{-2}$
相对误差/(%)	-11.79	168.20	51.86

图 11 为应力集中处等效应力、等效蠕变应变以及损伤随时间的变化曲线,从图 11 可以看出,在初始时刻蠕变应变速率很大,一方面是因为模型中蠕

### 3.1 含 V 型缺口平板受压蠕变模拟

以 85 mm×50 mm 的含 V 型缺口平板为例<sup>[24]</sup>,说明采用拉伸模型与本文所提出的压缩模型的不同,如图 7 所示。右侧受到 150 MPa 的压力,左侧刚固,加载 300 h。缺口附近存在应力集中,改处为蠕变应变和蠕变损伤累积的主要区域,重点分析虚线框内的区域。该区域网格尺寸为 0.2 mm,采用四节点平面应力单元。

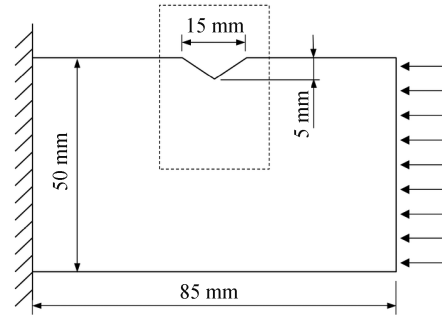


图 7 含 V 型缺口平板受压模型

Fig. 7 V-notch flat plate under pressure model

采用拉伸蠕变损伤本构模型和压缩蠕变损伤本构模型计算得到的等效应力云图、等效蠕变应变云图以及损伤云图分别如图 8~10 所示。应力集中处的数值如表 3 所示,使用根据拉伸蠕变实验得到的相关蠕变损伤本构模型来模拟受压结构会导致计算结果过于保守,其中等效蠕变应变的相对误差高达 168.20%。

变第 1 阶段初始时刻的蠕变应变速率最大;另一方面是因为初始时刻应力水平很高。随着时间增加,蠕变应变速率不断减少并趋于平稳,并未发生破坏,这是因为室温蠕变不存在第 3 阶段,不会出现失稳现象。根据延性耗竭理论,蠕变损伤的演化也呈现相同的趋势,损伤达到一定值后就基本不增加或增加速率很小。同时,因为蠕变应变以及损伤的联合作用,应力发生重分配,缺口处应力迅速降低,并且因为损伤最终趋于稳定,裂尖处的单元仍具有较大的承载能力,应力最后并不会衰减至 0,而是趋于稳定。

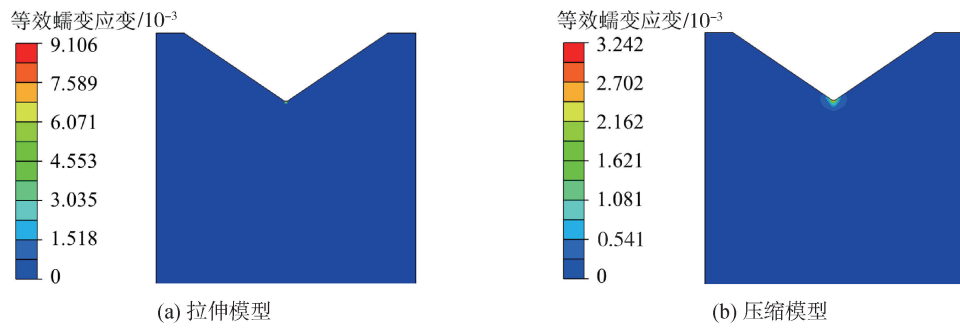


图 9 加载 300 h 等效蠕变应变云图  
 Fig. 9 equivalent creep strain contour plots at 300 h

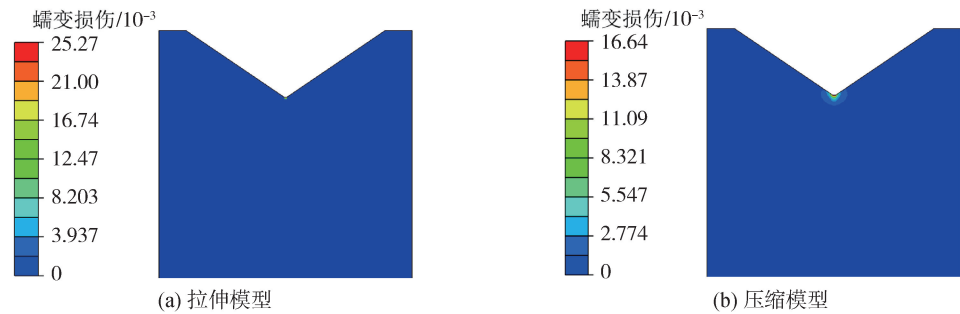
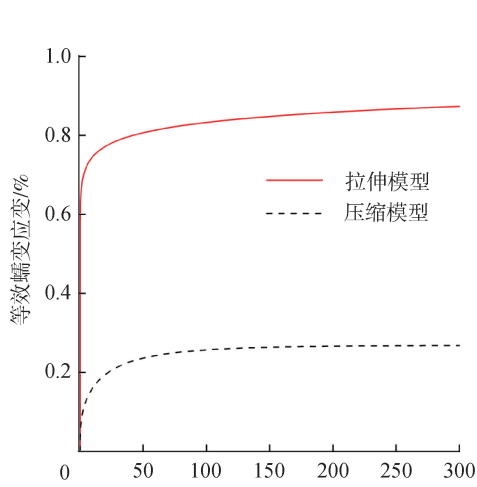
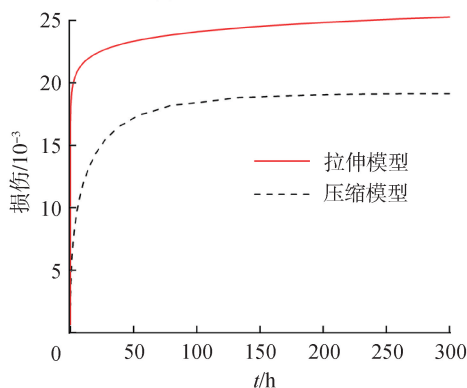


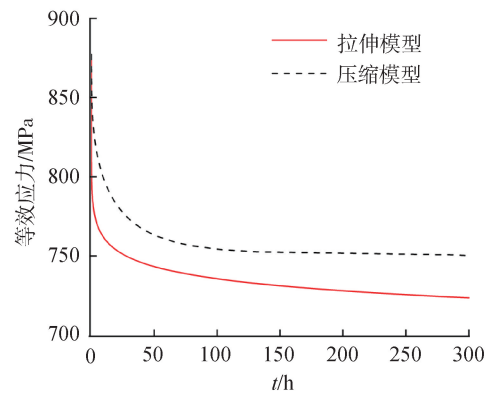
图 10 加载 300 h 损伤云图  
 Fig. 10 Damage contour plots at 300 h



(a) 等效蠕变应变曲线



(b) 损伤曲线



(c) 等效应力曲线

图 11 算例 1 应力集中处物理量变化情况

Fig. 11 Change of physical quantities of example 1 at stress concentration

除此之外,通过对比不同模型的计算结果也可以发现,根据拉伸蠕变实验得到的相关蠕变损伤本构模型会过分地高估等效蠕变应变、蠕变损伤以及等效应力的演化情况。

### 3.2 环肋耐压壳受压蠕变模拟

以环肋耐压壳结构为例,说明本文所提出模型的工程适用性。几何模型如图 12 所示,该结构长  $L$  为 2 148 mm,半径  $R$  为 550 mm,板厚  $k$  为 14 mm,环肋 T 型材尺寸为 81 mm×40 mm×8 mm×14 mm。作业深度为 4 km,外部压强  $P$  为 40 MPa。考虑其对

称性,建立 1/8 有限元模型,相应对称面上节点施加对称边界条件。局部有限元网格如图 13 所示,网格尺寸为 4 mm,总单元数为 341 220。

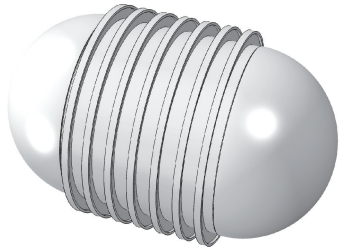


图 12 耐压壳结构

Fig. 12 Pressure shell structure

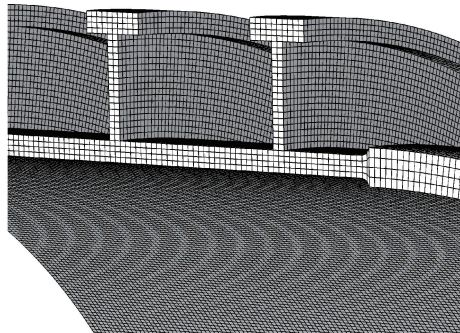


图 13 1/8 模型网格示意

Fig. 13 FE mesh of the 1/8 model

首先进行静力分析,得到的等效应力云图应力如图 14 所示,内壳环肋处应力水平最高,该处在外部静水压力作用下处于受压的应力状态。首部球形壳处应力水平较低,根据式 (19) 可知,应力水平较低的区域蠕变应变率以及损伤演化速率都较慢,因此,对计算模型进行简化以提升计算效率,将首部球形壳等效为均布压力:

$$\tilde{P} = \frac{P\pi R^2}{2\pi Rk} = \frac{40 \times 550}{2 \times 14} = 786 \text{ MPa} \quad (31)$$

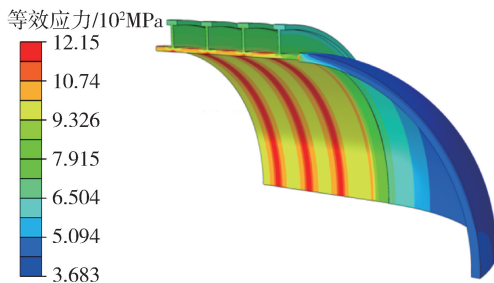


图 14 1/8 模型等效应力云图

Fig. 14 Equivalent stress distribution of 1/8 model

计算得到的等效应力云图如图 15 所示,应力集中处结果如表 4 所示。从表中可以看出,以 1/8 模型的计算结果作为参考值,2 种模型应力集中处的计算结果误差仅为 1.98%,而单元数减少了将近 1/2,因此后续采用简化模型进行蠕变损伤的相关分析。

保持外部压强为 40 MPa,300 h 后的等效应力云图、等效蠕变应变云图以及损伤云图分别如图 16 所

示。从图中可以看出,因为内壳环肋处等效应力最大,因此该处蠕变应变率也最大,在 300 h 时,等效蠕变应变达到 1.056%。根据延性耗竭理论,该处损伤也最大,在 300 h 时,损伤达到 0.021。

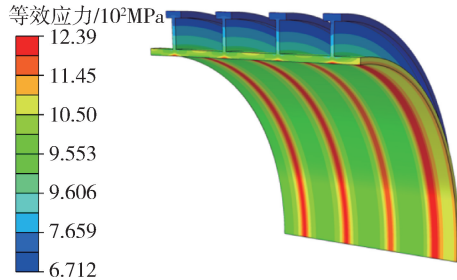


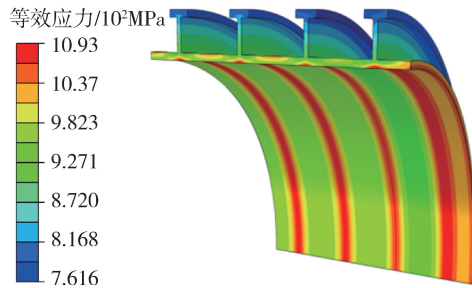
图 15 简化模型等效应力云图

Fig. 15 Equivalent stress distribution of simplified model

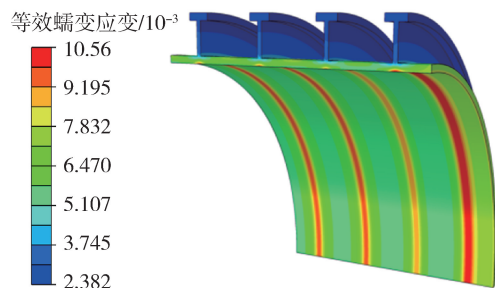
表 4 2 种模型结果对比

Table 4 Comparison of results between the two models

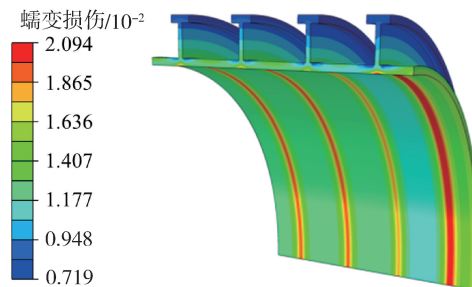
模型	单元数	计算结果/MPa	相对误差/%
1/8 模型	341 220	1 215	—
简化模型	196 504	1 239	1.98



(a) 等效应力云图



(b) 等效蠕变应变云图



(c) 损伤云图

图 16 加载 300 h 后各物理量分布情况

Fig. 16 The distribution of each physical quantity at 300 h

初始应力水平最高处的各物理量演化情况如图17所示。从图中可以看出,因为损伤会导致材料劣化,丧失承载能力,该处的等效应力会逐渐衰减,TC4钛合金 $\alpha+\beta$ 双相钛合金,在不同相的边界上存在诸如内部屏障、内势垒等的蠕变阻力,在室温环境下没有足够的能量突破阻力<sup>[12-14]</sup>,蠕变应变率和损伤演化速率会随着时间推移速率逐渐减少。

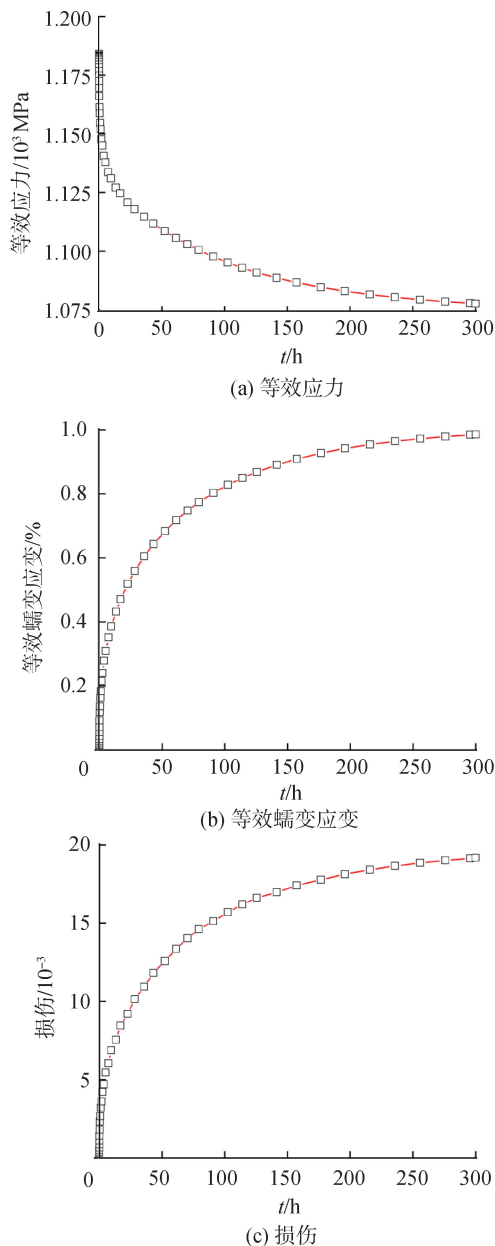


图17 环肋耐压壳应力集中处物理量变化情况

Fig. 17 Change of physical quantities of ring-stiffened circular cylindrical shell at stress concentration

在实际工程结构中应力状态更加复杂,无法简单的定义拉压,因此需要建立考虑拉压不同的各向异性蠕变损伤本构模型以及相关的计算方法。

## 4 结论

1) 针对单轴压缩蠕变实验,除去初始数值较小

而导致的相对误差较大外,本文所提出蠕变损伤本构模型的计算结果与试验数据相对误差均小于10%,本文模型能准确地模拟钛合金材料室温压缩蠕变行为。

2) 对于受压结构而言,使用基于拉伸实验得到的蠕变损伤本构模型会使得计算结果过于保守,本文所提出的模型能更准确地计算钛合金受压结构室温蠕变下的相关力学响应。

3) 环肋耐压壳结构的内壳环肋处应力水平最高,此处蠕变应变及蠕变损伤累计速率最快,蠕变应变率和损伤演化速率会随着时间推移速率逐渐减少。

## 参考文献:

- [1] CUI Chuanxiang, HU Baomin, ZHAO Lichen, et al. Titanium alloy production technology, market prospects and industry development [J]. *Materials and design*, 2011, 32 (3): 1684-1691.
- [2] 刘涛,王璇,王帅,等. 深海载人潜水器发展现状及技术进展[J]. *中国造船*, 2012, 53(3): 233-243.  
LIU Tao, WANG Xuan, WANG Shuai, et al. Development status and technical progress of deep-sea manned submersible [J]. *Shipbuilding of China*, 2012, 53(3): 233-243.
- [3] ODEGARD B C, THOMPSON A W. Low temperature creep of Ti-6Al-4V [J]. *Metallurgical transactions*, 1974, 5(5): 1207-1213.
- [4] IMAM M A, GILMORE C M. Room temperature creep of Ti-6Al-4V [J]. *Metallurgical transactions A*, 1979, 10 (4): 419-425.
- [5] LEMAÎTRE J. A course on damage mechanics [M]. 2nd. Berlin: Springer, 1996.
- [6] KACHANOV L M. Time of the rupture process under creep conditions [J]. *Isv Akad Nauk SSR*, 1958, 8: 26-31.
- [7] WEN Jianfeng, TU S T. A multiaxial creep-damage model for creep crack growth considering cavity growth and micro-crack interaction [J]. *Engineering fracture mechanics*, 2014, 123: 197-210.
- [8] LIU Yan, MURAKAMI S. Damage localization of conventional creep damage models and proposition of a new model for creep damage analysis [J]. *JSME international journal series A*, 1998, 41(1): 57-65.
- [9] LUECKE W E, WIEDERHORN S M, HOCKEY B J, et al. Cavitation contributes substantially to tensile creep in silicon nitride [J]. *Journal of the American ceramic society*, 1995, 78(8): 2085-2096.
- [10] KASSNER M E, HAYES T A. Creep cavitation in metals [J]. *International journal of plasticity*, 2003, 19(10): 1715-1748.
- [11] HUTCHINSON J W. Constitutive behavior and crack tip fields for materials undergoing creep-constrained grain boundary cavitation [J]. *Acta metallurgica*, 1983, 31 (7): 1079-1088.

- [12] MILLER W H, CHEN R T, STARKE E A. Microstructure, creep and tensile deformation in Ti-6Al-2Nb-1Ta-0.8Mo[J]. Metallurgical transactions A, 1987, 18(8): 1451-1468.
- [13] GAO G Y, DEXTER S C. Effect of hydrogen on creep behavior of Ti-6Al-4V alloy at room temperature[J]. Metallurgical & materials transactions A, 1987.
- [14] HASIJA V, GHOSH S, MILLS M J, et al. Deformation and creep modeling in polycrystalline Ti-6Al alloys[J]. Acta materialia, 2003, 51(15): 4533-4549.
- [15] RIEDEL, HERMANN. Fracture at high temperatures[M]. New York: Springer-Verlag, 1987.
- [16] NIKBIN K. Justification for meso-scale modelling in quantifying constraint during creep crack growth[J]. Materials science and engineering: A, 2004, 365(1/2): 107-113.
- [17] RICE J R, TRACEY D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields[J]. Journal of the mechanics and physics of solids, 1969, 17(3): 201-217.
- [18] COCKS A C F, ASHBY M F. Intergranular fracture during power-law creep under multiaxial stresses[J]. Metal science, 1980, 14(8/9): 395-402.
- [19] SPINDLER M W. The multiaxial creep ductility of austenitic stainless steels[J]. Fatigue & fracture of engineering materials & structures, 2004, 27(4): 273-281.
- [20] MANJOINE M J. Creep-rupture behavior of weldments[J]. Welding journal, 1982, 61(2): 50-57.
- [21] 王雷, 屈平, 李艳青, 等. 钛合金材料蠕变特性的理论与试验研究[J]. 船舶力学, 2018, 22(4): 464-474. WANG Lei, QU Ping, LI Yanqing, et al. Theoretical and experimental investigations for creep properties of titanium alloy materials[J]. Journal of ship mechanics, 2018, 22(4): 464-474.
- [22] WANG Fang, CUI Weicheng. Experimental investigation on dwell-fatigue property of Ti-6Al-4V ELI used in deep-sea manned cabin[J]. Materials science and engineering: A, 2015, 642: 136-141.
- [23] HARRISON W J, WHITTAKER M T, LANCASTER R J. A model for time dependent strain accumulation and damage at low temperatures in Ti-6Al-4V[J]. Materials science and engineering: A, 2013, 574: 130-136.
- [24] 刘华清. 钛合金材料双模量蠕变损伤本构关系研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2020. LIU Huaqing. Study on constitutive relation of two-mode creep damage of titanium alloy materials[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2020.

### 本文引用格式:

郭育豪, 刘刚, 宋育泽. 钛合金室温受压蠕变损伤本构模型[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2024, 45(4): 642-650.

GUO Yuhao, LIU Gang, SONG Yuze. Creep damage constitutive model of titanium alloys under compression at room temperature[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2024, 45(4): 642-650.